

**SATU KERANGKA UNTUK MENILAI KEBOLEHAN
PENYELESAIAN ALGEBRA PELAJAR
DALAM KONSEP FUNGSI**

*(A Framework to Evaluate the Ability of Student
Algebra Solutions in the Function Concepts)*

Lim Hooi Lian
Wun Thiam Yew
Universiti Sains Malaysia

Noraini Idris
Universiti Malaya

Abstrak

Kajian ini mempunyai dua tujuan. Yang pertama, membentuk satu kerangka berdasarkan model SOLO (*Structure of the Observed Learning Outcome*) untuk mencirikan kebolehan penyelesaian algebra pelajar Tingkatan Empat melalui empat domain kandungan, salah satunya ialah konsep fungsi. Kedua, satu alat pengukuran dibina berdasarkan kerangka tersebut untuk menilai proses penyelesaian algebra pelajar. Data kajian telah dikumpul melalui teknik temu bual klinikal. Subjek kajian terdiri daripada sembilan orang pelajar Tingkatan Empat. Kesahan alat pengukuran telah ditentukan oleh penilai yang berpakaran dan keputusan kajian ini. Dapatan kajian telah mengenal pasti lima peringkat kebolehan penyelesaian algebra pelajar dalam menyelesaikan tugas konsep fungsi.

Kata Kunci: Kerangka, penyelesaian algebra, model SOLO, pelajar tingkatan empat, konsep fungsi

Abstract

The study has two objectives. First, forming a framework based on the SOLO model (Structure of the Observed Learning Outcome) to characterize the ability to solve algebra through four content domains of Form Four students, one of which is the concept of function. Second, a measurement tool was built based on the framework to evaluate the student algebra solution. The data were collected through clinical interviewing techniques. The subjects were nine Form Four students. The validity of measurement tools has been determined by the rigorous assessor and the results of this study. The findings have identified five stages of algebraic solving ability of students in completing the task function concept.

Keywords: Framework, algebra solution, SOLO model, form four students, function concept

PENGENALAN

Reformasi pendidikan matematik yang berlaku pada tahun 1980-an telah mengalihkan matlamat kurikulum matematik di kebanyakan negara ke arah dunia yang baru. Ia menekankan usaha untuk melahirkan pelajar yang berpemikiran matematik dan berkemampuan untuk mengaplikasikan pengetahuan dan idea matematik dengan berkesan dalam penyelesaian masalah kehidupan harian (Kementerian Pendidikan Malaysia, 2000; NCTM, 2000). Keadaan ini turut membawa perubahan dalam sistem penilaian matematik agar menuju ke arah yang sama dengan seruan matlamat baru kurikulum tersebut (Van den Heuvel-Panhuizen dan Becker, 2003).

Algebra sebagai salah satu topik utama dalam sukatan pelajaran matematik sekolah menengah turut muncul dengan wajah baru akibat daripada perubahan matlamat kurikulum pendidikan matematik (Moses, 1997). Kebolehan penyelesaian algebra bagi abad ke-21 lebih menekankan pemahaman dan pengaplikasian konsep algebra untuk menganalisa, mengitlakkan dan mewakili sesuatu situasi masalah yang mempunyai pelbagai jalan penyelesaian (Friedlander dan Hershkowitz, 1997; Latterell, 2003; Sinclair, 2005); bukan lagi sebagai satu disiplin yang melibatkan proses memanipulasi simbol, penghafalan langkah penyelesaian untuk mendapat satu jawapan (Femiano, 2003; Fernandez dan Anhalt, 2001).

Namun begitu, soalan-soalan peperiksaan dan latihan bagi topik ini didapati masih tidak mengalami perubahan yang ketara ke arah menilai pemikiran kritis dan kebolehan pelajar dalam mengaplikasikan pengetahuan algebra untuk menyelesaikan masalah (Stacey dan MacGregor, 1999; Teng, 2002). Contohnya, mengikut Teng (2002), sistem penilaian algebra terutamanya persamaan linear yang diamalkan di dalam bilik darjah masih terlalu menekankan penilaian kemahiran bertatacara dan memanipulasi simbol untuk mencari satu jawapan yang betul. Kemahiran menyelesaikan masalah persamaan linear yang melibatkan penganalisaan situasi sebenar, penginterpretasian hubungan yang wujud dalam situasi masalah masih tidak ditekankan. Laporan kajian Teng (2002) dan Tall dan Razali (1993) telah membuktikan bahawa penekanan yang keterlaluan terhadap kemahiran bertatacara dan kemahiran memanipulasi simbol dalam item ujian atau item latihan telah mengakibatkan kelemahan dalam penguasaan konsep asas algebra dan kebantutan dalam perkembangan pnaakulan dan pemikiran algebra dalam kalangan pelajar sekolah menengah.

Masalah ini dapat ditangani dengan membuat perubahan dalam sistem penilaian yang sekian lama diamalkan, iaitu membina satu kerangka penilaian algebra yang berkesan dan mampu: i) mengenal pasti kekuatan dan kelemahan pelajar tentang konsep algebra yang telah dipelajari ii) menilai bagaimana pelajar

berfikir tentang algebra dan mengemukakan situasi masalah yang memerlukan pengaplikasian idea algebra (Kementerian Pendidikan Malaysia, 2000; NCTM, 1989).

TUJUAN KAJIAN

Kajian ini bertujuan untuk membentuk satu kerangka berdasarkan model SOLO (Struktur Hasil Pembelajaran Yang Diperhatikan atau *Structure of the Observed Learning Outcome*) untuk menganalisa secara sistematik tentang proses penyelesaian pelajar dalam membentuk dan mengaplikasikan ungkapan algebra dan persamaan linear untuk menyelesaikan sesuatu situasi masalah yang melibatkan empat domain kandungan utama iaitu pola linear (bergambar), ubahan langsung, konsep fungsi dan jujukan aritmetik. Bagaimanapun, kertas ini hanya berfokus kepada perbincangan dapatan kajian bagi tugas konsep fungsi.

Konsep Fungsi

Fungsi menjelaskan hubungan dua pembolehubah yang berhubung kait antara satu sama lain berdasarkan sesuatu keadaan atau peraturan yang ditetapkan. Secara khusus, ia ditakrifkan sebagai peraturan yang sesuai menghubungkan elemen-elemen sesuatu set yang berperanan sebagai pembolehubah tidak bersandar (domain fungsi) dengan elemen-elemen sesuatu set yang lain yang berperanan sebagai pembolehubah bersandar (julat fungsi). Misalnya, perimeter segiempat sama adalah ditentukan oleh panjang sisinya. Maka panjang sisi ialah domain fungsi dan julat fungsi ialah perimeter segiempat sama (Cathcart, Pothier, Vance dan Bezuk, 2000). Dalam kajian ini, fungsi merujuk kepada proses yang menerima input dan mengembalikan satu nilai yang unik untuk output, iaitu melihat keadaan bagaimana sesuatu kuantiti menentukan nilai satu kuantiti yang lain berdasarkan hubungan linear. Dalam kajian ini, konsep fungsi digambarkan dalam bentuk persamaan $y = mx + a$, di mana y ialah nilai output, x ialah nilai input, m dan a ialah pemalar.

Mengikut Edwards (2000), Sheffield dan Cruikshank (2000), pemahaman konsep fungsi boleh diselidik melalui kaedah 'mesin fungsi' (function *machine*) dan 'meneka peraturan saya' (*guess my rule*). Kedua-dua kaedah ini memfokuskan ciri-ciri input-output fungsi yang merupakan sifat khas yang terpenting dalam konsep fungsi.

Selaras dengan pandangan Edwards, Sheffield dan Cruikshank, De Marois dan Tall (2003) telah menggunakan dimensi 'kelebaran dan kedalaman' (*width and depth*) untuk menentukan peringkat pemahaman fungsi. Mereka berpendapat bahawa konsep fungsi patut diselidik secara berangka, bergrafik dan menggunakan mesin fungsi sebelum simbol algebra digunakan untuk menganalisa hubungan antara pembolehubah.

Perkataan 'faset' telah digunakan untuk menganalisa beberapa peringkat perwakilan tentang konsep fungsi dalam sesuatu situasi masalah. Peringkat faset tersebut ialah kolokial, simbolik, angka dan geometri. Kolokial merujuk kepada penggunaan mesin fungsi untuk menggambarkan proses input-output. Simbolik merujuk kepada hasil pengitlakan dalam bentuk simbol algebra misalnya persamaan. Angka pula menggambarkan kebolehan membuat perwakilan dalam bentuk jadual. Manakala geometri menunjukkan keupayaan mewakili hubungan pembolehubah dalam bentuk graf. Setiap faset boleh dihubungkait secara langsung antara satu sama lain untuk meminta pelajar memberi respons. Misalnya, i) dengan berdasarkan mesin fungsi yang diberi, cuba bentukkan jadual, graf dan persamaan untuk mewakilkannya. ii) dengan berdasarkan persamaan yang diberi, cuba bentukkan jadual, graf dan mesin fungsi untuk mewakilkannya.

Berdasarkan strategi dan pendekatan yang dikemukakan oleh Edwards, Sheffield, Cruikshank, De Marois dan Tall, aktiviti 'mesin fungsi' telah diubahsuai berdasarkan model SOLO untuk menilai kebolehan penyelesaian algebra pelajar mengenai konsep fungsi dalam kajian ini. Pelajar telah diminta untuk membuat perwakilan dalam bentuk ungkapan algebra dan persamaan linear berdasarkan mesin fungsi yang diberi.

Model SOLO

Model SOLO telah diasaskan oleh Biggs dan Collis (1982). Ia merupakan model penilaian perkembangan kognitif yang mencadangkan satu cara yang sistematik dalam menganalisis pencapaian dan kebolehan kognitif pelajar berasaskan respons atau jawapan mereka dalam menjawab soalan atau tugas yang dikemukakan. Mengikut model ini, struktur respons secara umumnya dapat diklasifikasikan kepada empat peringkat yang berhierarki iaitu unistruktural, multistruktural, relasional dan abstrak lanjutan. Ciri-ciri setiap peringkat ini adalah seperti yang berikut:

- i. Unistruktural (*unistructural*) - Salah satu aspek fakta atau idea daripada tugas yang diberi telah dipetik dan difahami secara terus, tiada hubungkait tentang fakta atau idea tersebut.

- ii. Multistruktural (*multistruktural*) - Dua atau lebih aspek fakta atau idea daripada tugas telah dipetik atau difahami secara terus tetapi tiada hubungkait dilakukan antara fakta-fakta atau idea-idea tersebut.
- iii. Relasional (*relasional*) - Semua aspek fakta atau idea telah dihubungkan untuk membentuk satu struktur yang bermakna.
- iv. Abstrak Lanjutan (*extended abstract*) - Struktur baru dapat dibentuk untuk menyelesaikan situasi yang lebih kompleks.

Daripada keempat-empat peringkat ini, dua peringkat yang terendah atau digelar sebagai peringkat permukaan (unistruktural dan multistruktural) hanya melibatkan pemahaman idea atau fakta, tanpa mengintegrasikan idea-idea atau fakta-fakta tersebut. Sebaliknya, dua peringkat yang tertinggi atau digelar sebagai peringkat dalam (relasional dan abstrak lanjutan) mempamerkan kualiti pemikiran yang tinggi dan kompleks di mana fakta-fakta, idea-idea dan maklumat telah diintegrasikan (relasional) atau menunjukkan kebolehan berfikir yang melampaui segala fakta atau idea yang diberi, disokong lagi dengan idea-idea atau pengetahuan sedia ada untuk membentuk hipotesis atau ramalan.

METODOLOGI

Reka bentuk kajian ini ialah kajian kes. Data kajian ini dikumpul melalui teknik temubual klinikal. Seramai sembilan orang pelajar Tingkatan Empat terlibat dalam kajian ini. Pemilihan pelajar dibuat oleh guru matematik untuk memenuhi kriteria tertentu seperti kesanggupan untuk ditemubual, berminat untuk terlibat dalam temu bual dan terlibat dengan aktif. Subjek juga dipilih berdasarkan keputusan matematik dalam peperiksaan pertengahan tahun oleh guru matematik, iaitu tiga orang berprestasi tinggi, tiga orang berprestasi sederhana dan tiga orang berprestasi rendah. Kriteria yang digunakan oleh guru matematik untuk menentukan pencapaian pelajar ialah: 80 - 100 markah digolongkan sebagai pelajar berprestasi tinggi, 50 - 79 markah digolongkan sebagai pelajar berprestasi sederhana, dan 0 - 49 digolongkan sebagai pelajar berprestasi rendah. Pemilihan subjek dibuat berdasarkan pencapaian matematik dengan andaian bahawa subjek yang mempunyai tahap kebolehan matematik yang berbeza mungkin dapat memaparkan proses penyelesaian dan peringkat kebolehan penyelesaian algebra yang berbeza-beza. Andaian ini penting supaya pengkaji dapat mengumpul maklumat yang lebih menyeluruh dan seterusnya menyumbang kepada kesahan alat pengukuran bagi kajian ini. Maklumat ringkas tentang subjek dalam kajian ini dipaparkan dalam Jadual 1.

Jadual 1: Latar Belakang Subjek

| Subjek | Umur (Tahun, Bulan) | Jantina | Pencapaian |
|---------|------------------------|-----------|------------|
| Nizam | 16 tahun 1 bulan | Lelaki | Rendah |
| Chang | 16 tahun 8 bulan | Perempuan | Rendah |
| Faridah | 16 tahun 3 bulan | Perempuan | Rendah |
| Low | 16 tahun 6 bulan | Lelaki | Sederhana |
| Ling | 16 tahun 1 bulan | Perempuan | Sederhana |
| Diana | 15 tahun 7 bulan | Perempuan | Sederhana |
| Lim | 16 tahun 1 bulan | Lelaki | Tinggi |
| John | 15 tahun 9 bulan | Lelaki | Tinggi |
| Lisa | 16 tahun | Perempuan | Tinggi |

ALAT PENGUKURAN

Sebanyak lapan tugas temu bual yang membabitkan empat domain kandungan persamaan linear telah dibina oleh pengkaji untuk menilai proses penyelesaian algebra pelajar dalam proses menyiasat, mewakili dan mengitlakkan situasi masalah.

Dalam tugas konsep fungsi, subjek ditunjukkan dua cerita masalah yang bertajuk ‘mesin fungsi’ dan ‘memikirkan satu nombor’. Pada awalnya, subjek diminta mencari nilai output bagi nilai input yang diberi dengan melibatkan satu proses input-output sahaja. Subjek diuruh memberi penjelasan tentang nilai output yang dicarinya. Seterusnya subjek dinilai kebolehan dalam menyelesaikan beberapa kes khusus yang melibatkan lebih daripada satu proses input-output [mencari nilai output bagi nilai input 14, 22, 102 (Tugas ke-Lima) dan nilai input 12, 20, 98 (Tugas ke-Enam)]. Subjek diminta memberi penjelasan bagi nilai output yang dicarinya. Kemudian subjek dinilai kebolehan membentuk ungkapan algebra dan persamaan linear untuk mewakili proses input-output, mengaplikasikan persamaan linear yang dibentuk untuk menyelesaikan situasi masalah yang berkaitan dan membentuk persamaan linear baru bagi situasi masalah yang baru.

Pengkaji mengandaikan tugas konsep fungsi boleh menilai kebolehan penyelesaian algebra yang dipunyai oleh subjek dalam mengenal pasti bagaimana nilai pembolehubah bersandar ditentukan oleh nilai pembolehubah tidak bersandar, menjelaskan proses input-output yang melibatkan operasi asas yang berlainan, membentuk persamaan linear untuk mewakili hubungan fungsi antara kedua-dua pembolehubah tersebut, dan mengaplikasikan konsep linear dan konsep fungsi untuk: i) membina proses-proses yang baru bagi nilai input-output yang sama ii) membina persamaan linear baru bagi proses-proses yang baru.

Prosedur Untuk Menganalisis Data

Terdapat empat tahap analisa yang dijalankan. Pada tahap pertama, rakaman audio dan video temu bual klinikal ditranskripsikan dalam bentuk bertulis. Pada tahap kedua, data mentah dalam bentuk transkrip dibaca dengan teliti untuk memahami proses penyelesaian subjek. Prosedur pengekodan dua kali yang dicadangkan oleh Miles dan Huberman (1994) telah digunakan untuk mengekod transkrip temu bual. Pengkaji dan pengekod kedua (pensyarah universiti yang berpakaran dalam matematik) yang telah dijelaskan dan dilatih tentang penggunaan kerangka kajian ini telah menjalankan pengekodan secara berasingan. Bagi segala percanggahan pendapat (*disagreement*) yang berlaku, pengekod-pengekod telah berbincang tentang kebolehan penyelesaian subjek bagi respons tersebut. Perbincangan diteruskan sehingga satu persetujuan dicapai untuk menentukan satu peringkat kebolehan penyelesaian bagi respons tersebut. Pada tahap ketiga, kajian kes bagi setiap subjek dibentuk berasaskan maklumat daripada protokol bertulis. Pada tahap keempat, analisa merentas subjek dibuat. Tujuannya adalah untuk merumuskan proses penyelesaian subjek dalam menyelesaikan setiap domain kandungan yang dinilai.

DAPATAN KAJIAN

Kebolehpercayaan antara pengekod telah dikenal pasti dalam menentukan kebolehpercayaan kajian ini. Nilai Cohen Kappa yang dicari melalui perisian SPSS versi 11.0 telah menunjukkan nilai kebolehpercayaan yang agak tinggi, iaitu .82.

Proses pengesahan alat pengukuran dalam kajian ini telah dijalankan melalui tiga aspek. Yang pertama, kesahan berhubung dengan kandungan. Ia telah ditentukan dari segi kerelevanan soalan dan cakupan kandungan. Ketiga-tiga penilai (seorang pensyarah universiti yang berkepakaran dalam bidang psikometrik, seorang pensyarah universiti yang berkepakaran dalam bidang pendidikan matematik, dan seorang guru Matematik) telah mendapati semua soalan yang dibina mempunyai kerelevanan yang rapat dengan domain kandungan yang dinilai. Selain itu, mereka juga mendapati semua tugas yang dibina telah mencakupi kandungan utama bagi topik persamaan linear yang dinilai dengan agak komprehensif.

Yang kedua, kesahan berhubung dengan penilaian dan penghalusan deskriptor-deskriptor dalam kerangka. Proses pengesahan ini menunjukkan kestabilan yang kuat antara deskriptor-deskriptor dalam kerangka dengan respons-respons subjek. Secara keseluruhannya, ciri-ciri respons subjek dapat dipadankan dengan deskriptor-deskriptor dalam kerangka.

Penilaian dan penghalusan deskriptor-deskriptor dalam kerangka asal telah dibuat mengikut domain kandungan. Dalam menyelesaikan tugas-tugas konsep fungsi, didapati respons-respons subjek dapat dipadankan dengan deskriptor-deskriptor yang berada pada peringkat prastruktural, unistruktural, multistruktural, relasional atas dan abstrak lanjutan dalam kerangka. Demi dapat mencerminkan dan menggambarkan kebolehan penyelesaian algebra subjek dengan lebih tepat dan menyeluruh, proses penghalusan telah dilakukan terhadap kerangka asal di mana terdapat dua deskriptor telah diubahsuai dan dua deskriptor tambahan telah dibuat berdasarkan respons-respons dalam kajian ini. Jadual 2 menunjukkan deskriptor-deskriptor bagi konsep fungsi yang telah diperhaluskan. Deskriptor-deskriptor yang berhuruf condong merupakan deskriptor tambahan dan deskriptor yang telah diubahsuai berdasarkan kerangka asal. Penghalusan tersebut telah dibincangkan seperti yang berikut.

Pengubahsuaian dua deskriptor yang berada pada peringkat unistruktural adalah minor, iaitu berhubung dengan penggunaan satu petua mesin atau satu proses input-output yang diberi untuk memberi respons. Penghalusan ini dibuat untuk menambahkan konsistensi deskriptor-deskriptor tersebut dalam membuat refleksi yang lebih spesifik tentang kebolehan penyelesaian algebra subjek dalam menggunakan salah satu petua mesin atau salah satu proses input-output yang diberi dalam cerita masalah untuk memberi respons. Sementara satu deskriptor tambahan telah dibuat pada peringkat yang sama untuk menggambarkan kebolehan penyelesaian subjek dalam membuat pengitlakan dengan hanya berdasarkan satu nilai input. Misalnya, anu yang diberi telah digantikan dengan satu nilai input kemudian nilai outputnya dicari apabila diminta untuk membuat perwakilan fungsi dalam bentuk ungkapan algebra.

Deskriptor-deskriptor yang berada pada peringkat relasional rendah dan relasional telah disingkirkan kerana tiada respons subjek dalam kajian ini yang menunjukkan kebolehan penyelesaian algebra pada kedua-dua peringkat ini.

Terdapat satu lagi deskriptor tambahan telah dibuat pada peringkat abstrak lanjutan. Penambahan deskriptor ini bertujuan untuk membina satu gambaran yang lebih komprehensif tentang kebolehan penyelesaian algebra subjek berhubung dengan kebolehan memanipulasi persamaan linear yang sedia ada berdasarkan konsep linear dan konsep fungsi yang dikuasainya. Dengan kata lain, berdasarkan persamaan linear yang telah dibentuk dan penguasaan konsep yang tepat tentang hubungan fungsi antara nilai input dan nilai output, subjek menunjukkan kebolehan mencari petua-petua mesin dan proses input-output yang baru dengan tepat.

Jadual 2: Penghalusan Deskriptor-Deskriptor Bagi Konsep Fungsi

Prastruktural

1. tidak berkebolehan memberi respons yang tepat kerana: i) merujuk ciri-ciri proses input-output yang tidak relevan ii) memberi deskriptif yang idiosinkratik tentang proses input-output iii) memberi interpretasi yang tidak tepat tentang ciri-ciri proses input-output yang dikemukakan.

Unistruktural

1. *berkebolehan menghubungkan secara terus nilai input yang disoal dengan petua mesin atau proses input-output yang pertama untuk memberi respons.*
2. *berkebolehan mengenal pasti nilai output dengan melibatkan penggunaan satu petua mesin atau satu proses input-output yang diberi.*
3. tidak berkebolehan mencari nilai output yang melibatkan lebih daripada satu petua mesin atau satu proses input-output di mana operasi asas yang berlainan terbabit.
4. *menggantikan anu dengan satu nilai input apabila membuat pengitlakan dalam bentuk ungkapan algebra.*

Multistruktural

1. berkebolehan merujuk dan menggunakan semua petua mesin dan proses input-output fungsi secara berasingan untuk memberi respons.
2. gagal menghubungkan dan mewakili kedua-dua proses input-output dalam bentuk aritmetik atau bentuk algebra.

Relasional Atas

1. berkebolehan mengaplikasikan persamaan linear untuk mencari nilai pembolehubah tidak bersandar berdasarkan nilai pembolehubah bersandar yang diberi.
2. berkebolehan menjelaskan bagaimana setiap elemen dalam persamaan linear dimanipulasikan untuk mencari nilai input.
3. tidak dapat menghubungkan proses input-output yang diberi dengan konsep fungsi untuk membentuk persamaan linear baru sebagai penyelesaian alternatif.

Abstrak Lanjutan

1. *berkebolehan memanipulasikan persamaan linear yang sedia ada berdasarkan konsep linear dan konsep fungsi untuk mencari penyelesaian alternatif.*
2. berkebolehan menghubungkan semua proses input-output yang diberi berdasarkan konsep abstrak (hubungan linear dan hubungan fungsi) untuk membina penyelesaian alternatif bagi situasi hipotetikal.
3. berkebolehan menganalisa proses input-output yang diberi dalam konteks hubungan linear dan menilai kerelevanan maklumat tersebut dalam pembinaan persamaan linear yang baru.

Yang ketiga, kesahan berhubung dengan kestabilan peringkat kebolehan penyelesaian algebra yang dicapai oleh subjek. Berdasarkan Jadual 3, profil kebolehan penyelesaian algebra telah memaparkan peringkat kebolehan penyelesaian subjek yang stabil di mana hampir semua subjek, kecuali Chang dan Diana telah mencapai peringkat kebolehan penyelesaian persamaan linear yang sama bagi sekurang-kurangnya tiga domain kandungan yang dinilai.

Jadual 3: Profil Kebolehan Penyelesaian Algebra

| Nama | Chang | Nizam | Faridah | Ling | Low | Diana | Lim | John | Lisa |
|-------------------------|-------|-------|---------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|------|
| Domain Kandungan | | | | | | | | | |
| Pola linear (bergambar) | P | U | M | M | R _r | P | R _a | AL | AL |
| Ubahan langsung | M | M | M | R _r | R _r | R | R _r | R _a | AL |
| Konsep fungsi | M | U | P | M | P | R _a | R _a | AL | AL |
| Jujukan aritmetik | P | U | M | M | R _r | AL | R _a | AL | AL |

Petunjuk:

- P - prastruktural
- U - unistruktural
- M - multistruktural
- R_r - relasional rendah
- R - relasional
- R_a - relasional atas
- AL - abstrak lanjutan

Dalam kajian ini, proses penyelesaian algebra bagi setiap subjek telah dianalisa berdasarkan kerangka kajian ini untuk mengenal pasti bagaimana mereka menyelesaikan situasi masalah yang dikemukakan. Analisis yang berikut membabitkan dua subjek iaitu John dan Ling dalam menyelesaikan tugas konsep fungsi. Ling telah mencapai peringkat multistruktural dalam penyelesaian dua tugas bagi domain ini. Manakala John telah mencapai peringkat abstrak lanjutan dalam kedua-dua tugas tersebut.

Dalam menyelesaikan tugas konsep fungsi, apabila diminta untuk mencari nilai output yang melibatkan satu proses, John terus merujuk proses tersebut untuk memberi respons secara spontan, iaitu nilai input 2 ditambah dengan 4 (petua daripada mesin A) memperoleh 6 (Tugas 5). Dalam menyelesaikan Tugas 6, beliau menyatakan nilai outputnya berdasarkan proses pertama yang diberi dalam cerita masalah iaitu 2 tambah 8.

Apabila diminta untuk mencari nilai output yang melibatkan semua proses input-output yang diberi, beliau menunjukkan kebolehan merujuk dan menghubungkan semua proses tersebut secara berurutan untuk memberi respons. Misalnya dalam Tugas 6, menurutnya 98 dijalankan tiga proses secara berurutan melalui tiga operasi asas yang berbeza, iaitu 98 tambah 8, kemudian didarab 3 dan seterusnya ditolak 98, iaitu nombor asal. Sedutan petikan yang berikut memaparkan cara penyelesaian John. Dalam petikan ini dan petikan seterusnya, P adalah singkatan bagi pengkaji dan S adalah singkatan bagi subjek.

- P Kalau saya memikirkan nombor 98, kemudian dijalankan ketiga-tiga proses, apakah nilai output yang boleh saya dapat?
(If I think of number 98, then I go through three processes, what is the output that I get?)
- S ...*(diam)* 298.
(...(pause) 298.)

- P Bagaimana kamu dapat 298?
(*How you get 298?*)
- S Um...Jawapan ialah 220. Nombor asal ialah 98, tambah 8, tiga kali gandakannya, menjadi 318, kemudian tolak dengan nombor asal, iaitu 98, akan mendapat 220.
(*Um... The answer will be 220. The original number is 98, add 8 to it, triple it, will give us 318, then minus the original number which is 98, will give us 220.*)

Kebolehan memberi deskriptif yang jelas dan tepat tentang hubungan fungsi antara input dan output menyebabkan beliau dapat mewakili hubungan tersebut dalam bentuk algebra. Dalam pembentukan ungkapan algebra, John dapat menggunakan anu yang diberi untuk menjelaskan proses input-output secara berurutan dan berhubungkait. Misalnya dalam Tugas 5, menurut John, nilai input j perlu ditambah 2, iaitu hasil tolak daripada petua mesin A dan mesin B untuk mendapat $2 + j$. Dalam Tugas 6 pula, nombor y dijalankan tiga proses secara berurutan untuk membentuk ungkapan algebra, iaitu $(y + 8)3 - y$, dipermudahkan menjadi $2y + 24$.

John seterusnya menunjukkan kebolehan mengitlakkan semua proses input dan output yang diberi dalam bentuk persamaan linear di mana pembolehubah bersandar berfungsi sebagai nilai output dan pembolehubah tidak bersandar berfungsi sebagai nilai input. Dalam Tugas 5, menurutnya, nilai input x perlu ditambah dengan 2 iaitu hasil tolak daripada petua mesin A dan mesin B untuk mendapat nilai output iaitu y . Maka, persamaan linear yang dibentuk ialah $2 + x = y$. Dalam Tugas 6 pula, beliau mengandaikan n ialah nombor yang difikir, kemudian mengikuti tiga proses secara berurutan untuk mendapat nilai output yang diwakili r dalam persamaan linear yang berbentuk $r = (n + 8)3 - n$, dipermudahkan menjadi $2n + 24 = r$.

Kedua-dua persamaan linear dapat diaplikasikannya untuk menyelesaikan masalah yang dikemukakan. Beliau telah menggantikan pembolehubah bersandar dengan nilai yang diberi dalam soalan kemudian menggunakan cara transposisi untuk mendapat nilai pembolehubah tidak bersandar. Misalnya dalam Tugas 5, beliau mencari nilai x melalui persamaan linear yang berbentuk $2 + x = 26$, di mana x ialah 24. Dalam Tugas 6, nilai input telah dikenal pasti melalui penggantian nilai output ke dalam persamaan linear yang berbentuk $2n + 24 = 140$. Nilai n telah dikenal pasti melalui penyelesaian persamaan linear tersebut.

Apabila John diminta untuk membina persamaan linear baru, beliau dapat memanipulasikan persamaan linear yang sedia ada, membuat penaakulan induktif dan mengaplikasikan konsep fungsi untuk mengenal pasti proses-proses baru yang diwakilkan dalam bentuk persamaan linear. Misalnya dalam Tugas 5, John menerangkan bahawa sebarang kombinasi dua nombor yang mempunyai hasil tambah sebanyak 2 dapat dijadikan proses yang baru bagi mesin C dan mesin D kerana hasil tambah petua mesin A dan petua mesin B ialah 2. Beliau telah mengemukakan dua contoh label baru iaitu 7 dan (-5) , (-8) dan 10. Beliau telah membentuk persamaan linear yang sama dengan persamaan linear sebelumnya iaitu $x + (-8+10) = y$, dipermudahkan menjadi $2 + x = y$. Dalam Tugas 6 pula, kebolehan mengaplikasikan konsep fungsi dan konsep linear menyebabkan John dapat membina tiga proses baru dan mewakilkannya dalam bentuk persamaan linear. Berdasarkan maklumat yang diberi, beliau memanipulasikan persamaan linear yang sedia ada untuk memastikan tiga proses yang baru juga dapat menghasilkan nilai output yang sama iaitu $2n + 24$. Tiga proses input-output yang dibentuknya ialah, nombor yang difikir ditambah 6 kemudian darab 4, dan tolak 2 kali nombor yang difikir. Sedutan petikan berikut memaparkan cara penyelesaian John.

- P Bolehkah kamu cuba ciptakan tiga proses yang dapat menghasilkan nilai output yang sama seperti tiga proses di atas?
(Can you try to create three processes that produce the same value of output as the three processes shown above?)
- S ...*(diam lama)*. Proses yang pertama, tambah 6, ambil output dari yang pertama, darab 4, kemudian tolak 2 darab dengan nombor asal, iaitu $2n$, jadi $4n$ tambah 24 tolak $2n$ sama dengan nilai output, $2n$ tambah 24 sama dengan r , di mana sama dengan persamaan linear sebelumnya.
(...(long pause)* First process, will add 6, take the output from the first one, multiplied by 4, then minus 2 times of the original number, which is $2n$, there will give us $4n$ plus 24 minus $2n$ equals to the output, $2n$ plus 24 equals r , which is same as previous linear equation.)*
- P Bagaimana kamu dapat?
(How you get it?)
- S Kita boleh dapat proses berdasarkan $2n$ tambah 24 sebenarnya.
(We can find the processes based on the $2n$ plus 24 actually.)

$(n + 8) 3 - n = r$
 $3n + 24 - n = r$
 $2n + 24 = r$

$(n + 6) 4 - 2n = r$
 $4n + 24 - 2n = r$
 $2n + 24 = r$

~~4n + 24 = r~~

Rajah 1: Penyelesaian John dalam Tugas 5

Jadual 4 menunjukkan rumusan proses penyelesaian John dalam menyelesaikan tugas konsep fungsi.

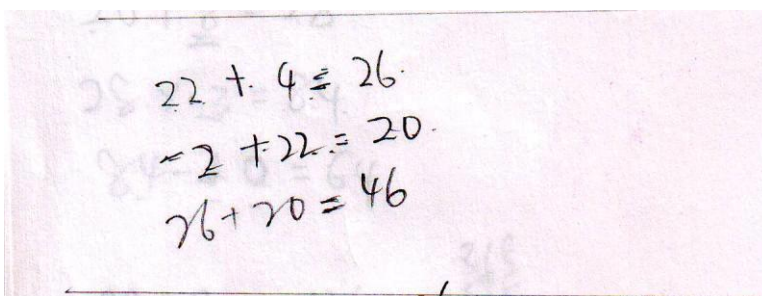
Jadual 4: Proses Penyelesaian John

| Peringkat | Domain kandungan | Proses penyelesaian |
|------------------|------------------|--|
| Abstrak lanjutan | Konsep fungsi | <ol style="list-style-type: none"> berkebolehan memanipulasikan persamaan linear yang sedia ada berdasarkan konsep linear dan konsep fungsi untuk mencari penyelesaian alternatif, misalnya mengenal pasti tiga proses baru yang juga dapat menghasilkan nilai output yang sama berdasarkan persamaan $2n + 24 = r$. berkebolehan menganalisa petua mesin dan proses input-output fungsi yang diberi, mengenal pasti hubungan fungsi antara nilai input dan nilai output serta mengitlakkan proses input dan output yang baru berdasarkan konsep abstrak (hubungan linear dan hubungan fungsi) yang diperlukan. |

Dalam menyelesaikan tugas **konsep fungsi**, Ling menunjukkan kebolehan merujuk satu petua mesin dan satu proses input-output dengan tepat untuk mencari nilai output yang melibatkan satu operasi. Misalnya dalam menyelesaikan Tugas 5, menurut Ling, nilai input 2 dimasukkan ke dalam mesin A akan memperolehi nilai output, iaitu 2 tambah 4. Dalam Tugas 6 pula Ling merujuk proses input-output yang pertama untuk memberi respons. Beliau menjelaskan bahawa nilai output diperolehi dengan memasukkan nombor 2 ke dalam proses pertama iaitu 'tambah 8' maka 2 tambah 8 mendapat 10.

Walaupun beliau berkebolehan menggunakan semua maklumat yang diberi bagi soalan selanjutnya, namun beliau tidak dapat menghubungkaitkan maklumat tersebut untuk menjelaskan hubungan fungsi yang wujud. Misalnya dalam Tugas 5, Ling telah menggunakan petua-petua mesin yang diberi secara berasingan untuk memberi respons. Mengikutnya, nilai input diproses oleh mesin A dan mesin B secara berasingan melalui dua operasi asas, iaitu nilai input 22 tambah 4 (petua daripada mesin A) mendapat 26, 22 tambah (-2) (petua daripada mesin B) memperolehi 20. Kedua-dua nilai output tersebut ditambah untuk mendapat nilai output yang berjumlah 46. Sedutan petikan yang berikut memaparkan cara penyelesaian Ling.

- P Kalau saya masukkan nombor 22 ke dalam kombinasi mesin A dan mesin B, nyatakan nilai output yang boleh saya dapat.
S 46
P Bagaimana?
S 22 tambah 4 dapat 26, (-2) tambah 22 dapat 20, 20 campur 26 dapat 46. (subjek menulis yang berikut)


$$\begin{aligned}22 + 4 &= 26 \\ -2 + 22 &= 20 \\ 26 + 20 &= 46\end{aligned}$$

Rajah 2 Penyelesaian Ling dalam Tugas 5

Masalah penguasaan konsep ungkapan algebra dan persamaan linear serta kegagalan menghubungkan semua proses input-output fungsi yang diberi dengan tepat, menyebabkan Ling tidak dapat membuat perwakilan hubungan fungsi yang dikemukakan dalam bentuk algebra. Dalam pembentukan ungkapan algebra, beliau telah membentuk persamaan linear untuk menjelaskan pengiraan algoritmanya. Setiap peringkat proses dijelaskan dalam bentuk persamaan secara berasingan. Misalnya dalam Tugas 5, dua persamaan linear dibentuknya, iaitu nilai input j ditambah 4 (petua daripada mesin A) mendapat x , j ditambah 2 (petua daripada mesin B) juga mendapat x . Dalam pembentukan persamaan linear pula, kegagalan mengenal pasti hubungan fungsi proses input-output dengan tepat juga telah menyebabkan Ling tidak dapat memberi respons yang betul. Misalnya dalam Tugas 5, Ling menambahkan kedua-dua pembolehubah untuk memberi respons, iaitu $x + y =$ nilai input dan output. Menurutnya, x ialah nilai input dan y ialah nilai output daripada mesin B. Sedutan petikan yang berikut memaparkan cara penyelesaian Ling.

- P Baik, kalau saya masukkan nombor j ke dalam kombinasi mesin A dan mesin B, apakah nilai output yang boleh saya dapat?
- S Nilai A tukar jadi j ...
- P Cikgu ulang lagi (ulang)
- S ... (diam sebentar) j tambah 4...
- P Mengapa?
- S Kerana j tak tahu nombor apa. Tambah 4 dari mesin A dapat jawapan. j tambah (-2) dari mesin B, dapat jawapan.
- P Bolehkah kamu tuliskan satu persamaan linear untuk mewakili nilai input dan output bagi kombinasi mesin A dan mesin B? Biarkan x mewakili nilai input dan y mewakili nilai output.
- S ... (diam sebentar) x tambah y akan dapat nilai input dan output, x ialah nilai input... y ialah nilai output. (tuliskan) $x + y =$ nilai input dan output.
- P Nilai output dari mana?
- S Dari mesin B.
- P Mengapa nak campur?
- S Dia akan dapat nilai input dan output (tidak pasti).
- P x ialah input, y ialah output, sama dengan?
- S Ia akan dapat nilai input dan output.

Handwritten mathematical work showing equations: $j + 4 = x$, $j + -2 = x$, and $x + y = \text{nilai input \& output}$. A circled (-4) is written above the second equation.

Rajah 3: Penyelesaian Ling dalam Tugas 5

Kegagalan membentuk persamaan linear yang tepat menyebabkan Ling merujuk semula pengiraan algoritmanya untuk menyelesaikan masalah pengaplikasian persamaan linear. Misalnya dalam Tugas 5, Ling membuat pengiraan secara bekerja ke belakang berdasarkan proses algoritma untuk mendapat nilai input, iaitu nilai output ditolak (-4) dan ditolak (-2) kemudian dibahagi 2 kerana terdapat dua mesin, maka 24 bahagi 2 mendapat 12. Nilai input yang diperolehinya ialah 12.

Apabila diminta untuk membina persamaan linear yang baru bagi situasi masalah yang sama, kegagalan menghubungkan semua proses input-output yang diberi dan masalah penguasaan konsep persamaan linear telah menyebabkan beliau memberi respons yang tidak yakin. Misalnya, dalam Tugas 5, 'persamaan' yang dibentuknya hanya melibatkan dua pembolehubah tanpa membuat perwakilan untuk label baru iaitu $x + y + (-x) = \text{nilai output}$. Menurutinya x ialah nilai input daripada mesin C ditambah y , iaitu nilai output daripada mesin C dan $(-x)$ ialah nilai input daripada mesin D sama dengan nilai output.

Jadual 5 menunjukkan rumusan proses penyelesaian Ling dalam menyelesaikan tugas konsep fungsi.

Jadual 5: Proses Penyelesaian Ling

| Peringkat | Domain kandungan | Proses penyelesaian |
|-----------------|------------------|---|
| Multistruktural | Konsep fungsi | 1. merujuk dan menggunakan semua petua mesin yang diberi secara berasingan untuk memberi respons. |

-
2. gagal menghubungkan dan mewakilkan kedua-dua proses input-output dalam bentuk aritmetik atau bentuk algebra kerana:
 - a. membentuk persamaan linear untuk menjelaskan pengiraan algoritma. Misalnya, $j + 4 = x$, $j + (-2) = x$ (Tugas 5)
 - b. menambahkan kedua-dua pembolehubah tanpa mengaitkan dengan proses input-output yang diberi.
-

PERBINCANGAN DAN KESIMPULAN

Secara keseluruhannya, subjek dalam kajian ini menunjukkan kesukaran dalam menyelesaikan tugas konsep fungsi. Terdapat lima daripada sembilan subjek telah menunjukkan kebolehan penyelesaian pada peringkat yang rendah, iaitu peringkat prastruktural, unistruktural dan multistruktural. Ini bermakna lima daripada sembilan subjek yang dikaji gagal menjelaskan hubungan fungsi bagi proses input-output sama ada secara aritmetik atau secara algebra. Kebanyakan daripada mereka telah mengalami kesukaran untuk membuat interpretasi yang tepat tentang hubungan nilai input dan nilai output dalam konteks hubungan fungsi.

Dapatan kajian ini selaras dengan dapatan kajian Herscovics (1989) yang mendapati satu perempat daripada pelajar yang telah mempelajari algebra selama dua tahun masih menghadapi masalah untuk membentuk persamaan linear bagi mewakilkan fungsi mesin yang dikemukakan. Beliau mendapati apabila pelajar menyelesaikan masalah mesin fungsi, pada masa yang sama mereka dapat mengaplikasikan konsep fungsi yang dipelajari sekiranya mereka mempunyai kesedaran tentang konsep tersebut. Sebaliknya, ia sekadar menyediakan intuitif asas bagi pembinaan skim fungsi. Dalam kajian ini, didapati kebanyakan pelajar yang gagal mewakilkan proses input-output fungsi dalam bentuk algebra adalah disebabkan mereka tidak dapat membuat interpretasi yang tepat tentang bagaimana nilai output dipengaruhi oleh nilai input melalui petua-petua mesin atau proses-proses yang diberi. Oleh itu dapatan kajian ini dapat memutuskan bahawa faktor utama yang menyebabkan kebanyakan subjek gagal menyelesaikan tugas konsep fungsi ini ialah masalah penguasaan konsep fungsi yang dihadapi mereka. Kajian lanjutan mengenai penilaian konsep fungsi yang lebih khusus berdasarkan kerangka model SOLO mungkin perlu dijalankan supaya maklumat mengenai penguasaan konsep ini dapat dikenal pasti dengan lebih terperinci sebelum mereka diminta mengitlakkan dan mewakilkan proses hubungan fungsi ini dalam bentuk persamaan linear.

Dalam kajian ini, penggunaan model SOLO bukan sahaja dapat menilai proses penyelesaian dan peringkat kebolehan penyelesaian algebra pelajar dengan mudah dan sistematik, tetapi juga dapat mengenal pasti kelemahan-kelemahan yang menghalang kebolehan mereka untuk memberi respons yang tepat dan logik. Berdasarkan dapatan kajian ini didapati lima daripada sembilan subjek yang dikaji (Chang, Nizam, Faridah, Ling dan Low) masih mengalami kesukaran untuk menggunakan simbol algebra dalam membuat pengitlakan pola linear, iaitu membentuk ungkapan algebra atau persamaan linear bagi kebanyakan tugas-tugas yang dikemukakan. Berdasarkan analisa struktur respons subjek-subjek tersebut, secara umumnya terdapat tiga masalah utama tentang penguasaan konsep asas persamaan linear atau konsepsi alternatif dalam persamaan linear yang telah dikenal pasti dalam kajian ini iaitu:

- i. Menganggap anu mewakili entiti objek dan bukan kuantiti objek.
Masalah tentang konsep ungkapan algebra, misalnya melabelkan anu dengan sebutan atau kuantiti dan cuba menyelesaikannya untuk nilai anu, gagal mengenal sifat perkaitan antara p dan $4p$.
- ii. Gagal membentuk persamaan linear yang tepat kerana:
 - a. Masalah mengenal pasti fungsi pembolehubah, cuba menggunakan pembolehubah untuk menjelaskan pengiraan algoritma.
 - b. Menterjemahkan cerita masalah dan mentafsirkan perkataan demi perkataan tanpa mempertimbangkan hubungan linear yang wujud.
 - c. Pemilihan operasi berdasarkan kata kunci tertentu
 - d. Menyamakan ungkapan algebra dengan persamaan linear.

Kesemua ciri konsepsi alternatif ini juga didapati wujud dalam dapatan kajian Teng (2002) tentang penyiasatan konsepsi alternatif dalam menyelesaikan masalah persamaan linear dalam kalangan pelajar Tingkatan Empat. Hasil kajian beliau telah mendapati lebih daripada 50% pelajar yang terlibat dalam kajian masih menghadapi konsepsi alternatif dalam persamaan linear. Mengikut Mestre (1989), konsepsi alternatif akan merupakan masalah yang serius dalam proses pembelajaran pelajar kerana: i) pelajar akan menggunakan konsep atau pengalaman lama yang tidak secocok untuk mentafsir konsep baru, ii) pelajar yang telah selesa dengan konsepsi alternatif mereka biasanya mengalami kesukaran untuk menukar konsepsi alternatif mereka kepada konsep baru.

Oleh itu, dapatan kajian ini telah menyumbangkan maklumat yang amat berguna kepada guru tentang kekuatan model SOLO dalam mengesan konsepsi alternatif pelajar melalui proses-proses penyelesaian algebra supaya sebarang konsepsi alternatif yang dikenal pasti dapat dirawati segera dan mengelakkan konsepsi alternatif yang sama berlaku pada masa hadapan.

RUJUKAN

- Biggs, J. B., & Collis, K. F. (1982). *Evaluating the quality of learning: The SOLO taxonomy (Structure of the Observed Learning Outcome)*. New York: Academic Press.
- Biggs, J. B., & Collis, K. F. (1989). Towards a model of school-based curriculum development and assessment using the SOLO taxonomy. *Australians Journal of Education*, 33(2), 151-163.
- Cathcart, W. G., Pothier, Y. M., Vance, J. H., & Bezuk, N. S. (2000). *Learning mathematics in elementary and middle school*. New Jersey: Prentice-Hall.
- Edwards, T. G. (2000). Some big ideas of algebra in the middle grades. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 6(1), 26-32.
- Femiano, R. B. (2003). Algebraic problem solving in the primary grades. *Teaching Children Mathematics*, 9(8), 444-449.
- Fernandez, M. L., & Anhalt, C. O. (2001). Transition toward algebra. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 7(4), 236-242.
- Ferrucci, B. J., Yeap, B. H., & Carter, J. A. (2003). A modeling approach for enhancing problem solving in the middle grades. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 8(9), 470-476.
- Friedlander, A., & Hershkowitz, R. (1997). Reasoning with algebra. *The Mathematics Teacher*, 90(6), 442-447.
- Herscovics, N. (1989). Cognitive obstacles encountered in the learning of algebra. In Wagner, S., & Kieran, C. (Eds.), *Research issues in the learning and teaching of algebra* (pp. 60-86). Reston VA: NCTM.
- Hunting, R. P. (1997). Clinical interview method in mathematics education research and practice. *Journal of Mathematical Behavior*, 16(2), 145-165.
- Kementerian Pendidikan Malaysia (2000). *Third International Mathematics and Science Study-Repeat. (TIMSS-R)*. Kuala Lumpur: Educational Planning and Research Division.
- Latterell, C. M. (2003). Testing the problem solving skills of students in an NCTM-oriented curriculum. *The Mathematics Educator*, 13(1), 5-14.

- Long, M. J., & Ben-Hur, M. (1991). Informing learning through the clinical interview. *Arithmetic Teacher*, 38(6), 44-46.
- Mestre, J. (1989). Hispanic and Anglo Students' misconceptions in mathematics. Eric Digest (ERIC Document Reproduction Service No. ED 313192). Retrieved January, 20, 2007, from EBSCO Database.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2nd Ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Moses, B. (1997). Algebra for a new century. *Teaching Children Mathematics*, 3(6), 264-265.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- Orton, A., Orton, J., & Roper, T. (2005). Pictorial and practical contexts and the perception of pattern. In Orton, A. (Ed.), *Pattern in the teaching and learning of mathematics* (pp. 121-136). New York: Continuum.
- Sheffield, L. J., & Cruikshank, D. E. (2000). *Teaching and Learning in Elementary and Middle School Mathematics*. New York: John Wiley & Sons.
- Sinclair, F. (2005). *Algebraic problem using spreadsheets*: Retrieved March 1, 2005, from <http://mathforum.org/workshops/sum98/participants/Sinclair/problem/intro.htm/>.
- Stacey, K., & MacGregor, M. (1999). Implications for mathematics education policy of research on algebra learning. *Australian Journal of Education*, 43(1), 58-71.
- Tall, D., & Razali, M. H. (1993). Diagnosing students' difficulties in learning mathematics. *International Journal Mathematics Education Science*, 24(2), 209-222.
- Teng, S. L. (2002). *Konsepsi alternatif dalam persamaan linear di kalangan pelajar Tingkatan Empat*. Unpublished Master Dissertation. Universiti Sains Malaysia.

Van Den Heuvel-Panhuizen, M., & Becker, J. (2003). Towards a didactic model for assessment design in mathematics education. In Bishop, A. J., Clements, M. A., Keitel, C., Kilpatrick, J., & Leung, F. K. S. (Eds.), *Second international handbook of mathematics education* (pp. 689-716). Dordrecht: Kluwer.

